

1 二項定理を用いて、次の式を展開せよ。

(1) $(a+b)^5$

(2) $(2x+3)^4$

(3) $(2x-1)^5$

2 次の式を展開したとき、それぞれ指定された項の係数を求めよ。

(1) $(a+2b)^5$ における a^3b^2

(2) $(2x-3y)^6$ における x^2y^4

(3) $(2x+y)^7$ における x^4y^3

3 次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)^2$ (2) $(x-7)^2$ (3) $(2x-3)^2$ (4) $(4x+3y)(4x-3y)$

(5) $(x+3)(x+4)$ (6) $(x-1)(x+3)$ (7) $(3x+4)(2x-3)$ (8) $(4x-1)(5x+2)$

4 次の式を因数分解せよ。

(1) x^2+6x+9 (2) $x^2-8xy+16y^2$ (3) $9x^2-49y^2$ (4) x^2-x-20

(5) $x^2+7xy+10y^2$ (6) $21x^2-26x+8$ (7) $4x^2-16xy+15y^2$

5 次の式を展開せよ。

(1) $(x-5)^3$ (2) $(3x+1)^3$ (3) $(x-2y)^3$ (4) $(4x+3y)^3$

6 次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)(x^2-2x+4)$ (2) $(3x-2)(9x^2+6x+4)$

(3) $(5x+3y)(25x^2-15xy+9y^2)$ (4) $(4x-3y)(16x^2+12xy+9y^2)$

7 次の式を因数分解せよ。

(1) x^3-64 (2) x^3+27 (3) $8x^3-y^3$ (4) $27x^3+125y^3$

1

(1) $(a+b)^5$

$$= {}_5C_0 \times a^5 + {}_5C_1 \times a^4 \times b + {}_5C_2 \times a^3 \times b^2 + {}_5C_3 \times a^2 \times b^3 + {}_5C_4 \times a \times b^4 + {}_5C_5 \times b^5$$

$$= 1 \times a^5 + 5 \times a^4 \times b + 10 \times a^3 \times b^2 + 10 \times a^2 \times b^3 + 5 \times a \times b^4 + 1 \times b^5$$

$$= a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

(2) $(2x+3)^4$

$$= {}_4C_0 \times (2x)^4 + {}_4C_1 \times (2x)^3 \times 3 + {}_4C_2 \times (2x)^2 \times 3^2 + {}_4C_3 \times (2x)^1 \times 3^3 + {}_4C_4 \times 3^4$$

$$= 1 \times 16x^4 + 4 \times 8x^3 \times 3 + 6 \times 4x^2 \times 9 + 4 \times 2x \times 27 + 1 \times 81$$

$$= 16x^4 + 96x^3 + 216x^2 + 216x + 81$$

(3) $(2x-1)^5$

$$= {}_5C_0 \times (2x)^5 + {}_5C_1 \times (2x)^4 \times (-1) + {}_5C_2 \times (2x)^3 \times (-1)^2$$

$$+ {}_5C_3 \times (2x)^2 \times (-1)^3 + {}_5C_4 \times (2x)^1 \times (-1)^4 + {}_5C_5 \times (-1)^5$$

$$= 1 \times 32x^5 + 5 \times 16x^4 \times (-1) + 10 \times 8x^3 \times 1 + 10 \times 4x^2 \times (-1) + 5 \times 2x \times 1 + 1 \times (-1)$$

$$= 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$$

2

(1) $(a+2b)^5$ の展開式の一般項は

$${}_5C_r \times a^{5-r} \times (2b)^r = {}_5C_r \times a^{5-r} \times 2^r \times b^r = {}_5C_r \times 2^r \times a^{5-r} b^r$$

と表される。

ここで、 a^3b^2 となるのは、 $r=2$ の場合であるから

求める係数は、

$${}_5C_2 \times 2^2 = 10 \times 4 = 40$$

(2) $(2x-3y)^6$ の展開式の一般項は

$${}_6C_r \times (2x)^{6-r} \times (-3y)^r = {}_6C_r \times 2^{6-r} \times x^{6-r} \times (-3)^r \times y^r$$

$$= {}_6C_r \times 2^{6-r} \times (-3)^r \times x^{6-r} y^r$$

と表される。

ここで、 x^2y^4 となるのは、 $r=4$ の場合であるから

求める係数は

$${}_6C_4 \times 2^2 \times (-3)^4 = 15 \times 4 \times 81 = 4860$$

(3) $(2x+y)^7$ の展開式における一般項は

$${}_7C_r \times (2x)^{7-r} \times y^r = {}_7C_r \times 2^{7-r} \times x^{7-r} y^r$$

と表される。

ここで、 x^4y^3 となるのは、 $r=3$ の場合であるから、

求める係数は

$${}_7C_3 \times 2^{7-3} = 35 \times 2^4 = 35 \times 16 = 560$$

3

(1) $(x+2)^2 = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4$

(2) $(x-7)^2 = x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2 = x^2 - 14x + 49$

(3) $(2x-3)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$

(4) $(4x+3y)(4x-3y) = (4x)^2 - (3y)^2 = 16x^2 - 9y^2$

(5) $(x+3)(x+4) = x^2 + (3+4)x + 3 \times 4 = x^2 + 7x + 12$

(6) $(x-1)(x+3) = x^2 + (-1+3)x + (-1) \times 3 = x^2 + 2x - 3$

(7) $(3x+4)(2x-3) = (3 \times 2)x^2 + \{3 \times (-3) + 4 \times 2\}x + 4 \times (-3) = 6x^2 - x - 12$

(8) $(4x-1)(5x+2) = (4 \times 5)x^2 + \{4 \times 2 + (-1) \times 5\}x + (-1) \times 2 = 20x^2 + 3x - 2$

4

(1) $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x+3)^2$

(2) $x^2 - 8xy + 16y^2 = x^2 - 2 \times x \times 4y + (4y)^2 = (x-4y)^2$

(3) $9x^2 - 49y^2 = (3x)^2 - (7y)^2 = (3x+7y)(3x-7y)$

(4) $x^2 - x - 20 = x^2 + (4-5)x + 4 \times (-5) = (x+4)(x-5)$

(5) $x^2 + 7xy + 10y^2 = x^2 + (2y+5y)x + 2y \times 5y = (x+2y)(x+5y)$

(6) $21x^2 - 26x + 8 = (3x-2)(7x-4)$

$$\begin{array}{r} 21 \quad + 8 \\ \hline 3 \quad - 2 \longrightarrow - 14 \\ 7 \quad - 4 \longrightarrow - 12 \\ \hline - 26 \end{array}$$

(7) $4x^2 - 16xy + 15y^2 = (2x-5y)(2x-3y)$

$$\begin{array}{r} 4 \quad + 15y^2 \\ \hline 2 \quad - 5y \longrightarrow - 10y \\ 2 \quad - 3y \longrightarrow - 6y \\ \hline - 16y \end{array}$$

5

(1) $(x-5)^3 = x^3 - 3 \times x^2 \times 5 + 3 \times x \times 5^2 - 5^3$
 $= x^3 - 15x^2 + 75x - 125$

(2) $(3x+1)^3 = (3x)^3 + 3 \times (3x)^2 \times 1 + 3 \times 3x \times 1^2 + 1^3$
 $= 27x^3 + 27x^2 + 9x + 1$

(3) $(x-2y)^3 = x^3 - 3 \times x^2 \times 2y + 3 \times x \times (2y)^2 - (2y)^3$
 $= x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$

(4) $(4x+3y)^3 = (4x)^3 + 3 \times (4x)^2 \times 3y + 3 \times 4x \times (3y)^2 + (3y)^3$
 $= 64x^3 + 144x^2y + 108xy^2 + 27y^3$

6

$$(1) (x+2)(x^2-2x+4) = (x+2)(x^2-x \times 2+2^2) \\ = x^3+2^3 = \mathbf{x^3+8}$$

$$(2) (3x-2)(9x^2+6x+4) = (3x-2)\{(3x)^2+3x \times 2+2^2\} \\ = (3x)^3-2^3 = \mathbf{27x^3-8}$$

$$(3) (5x+3y)(25x^2-15xy+9y^2) \\ = (5x+3y)\{(5x)^2-5x \times 3y+(3y)^2\} \\ = (5x)^3+(3y)^3 \\ = \mathbf{125x^3+27y^3}$$

$$(4) (4x-3y)(16x^2+12xy+9y^2) \\ = (4x-3y)\{(4x)^2+4x \times 3y+(3y)^2\} \\ = (4x)^3-(3y)^3 \\ = \mathbf{64x^3-27y^3}$$

7

$$(1) x^3-64 = x^3-4^3 \\ = (x-4)(x^2+x \times 4+4^2) \\ = \mathbf{(x-4)(x^2+4x+16)}$$

$$(2) x^3+27 = x^3+3^3 \\ = (x+3)(x^2-x \times 3+3^2) \\ = \mathbf{(x+3)(x^2-3x+9)}$$

$$(3) 8x^3-y^3 \\ = (2x)^3-y^3 \\ = (2x-y)\{(2x)^2+2x \times y+y^2\} \\ = \mathbf{(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)}$$

$$(4) 27x^3+125y^3 \\ = (3x)^3+(5y)^3 \\ = (3x+5y)\{(3x)^2-3x \times 5y+(5y)^2\} \\ = \mathbf{(3x+5y)(9x^2-15xy+25y^2)}$$