3年数学Ⅱ（1月26日～1月29日）　学習課題プリント

●この課題プリントは、『今回の課題【１】～【４】』→『今回の課題【１】～【４】の解答解説』→『前回の問題[1]～[4]の解答解説』の順になっています。

●問題【１】～【４】を解き、解答解説を確認して添削（途中式も含む）して、前回の課題の添削（途中式も含む）をして、学校再開後に提出となります。成績にも反映します。

●卒業考査の範囲は、このプリントの範囲に限定します（面積は含まないようにします）
授業ノートや教科書、このプリントを確認してできるようにしてください。

＜今回の課題＞

【１】次の不定積分を求めよ。

（１）$\int 3\,dx$　（２）$\int(-6x^2)\,dx$　（３）$\int(2x+5)\,dx$　（４）$\int(r^2-4r-3)\,dr$　（５）$\int x(3x+4)\,dx$

（６）$\int(x+1)(x-1)\,dx$　（７）$\int(x+2)^2\,dx$　（８）$\int(4y+1)(3y-2)\,dy$

【２】次の条件を満たす関数$F(x)$を求めよ。

（１）$F'(x)=3x^2-4x+2,\quad F(1)=5$　（２）$F'(x)=x^2-2x-3,\quad F(3)=-2$

【３】次の定積分を求めよ。

（１）$\int_{-1}^{3}(2x-3x^2)\,dx$　（２）$\int_{1}^{2}(4x-6x^2)\,dx$　（３）$\int_{-1}^{1}(2x^2+x)\,dx$　（４）$\int_{2}^{3}(x-2)(x-3)\,dx$

（５）$\int_{-1}^{2}(r^2+1)\,dr$　（６）$\int_{1}^{3}(2t^2-5t)\,dt$　（７）$\int_{-2}^{0}(5-3y^2)\,dy$　（８）$\int_{0}^{2}(x^2-4x+3)\,dx$

（９）$\int_{-1}^{2}(6x-x^2)\,dx+\int_{-1}^{2}2(x^2-3x)\,dx$　（10）$\int_{-1}^{2}(3x^2+5x-2)\,dx$　（11）$\int_{1}^{3}(2x^2+x+3)\,dx-\int_{1}^{3}(2x^2-x+3)\,dx$

（12）$\int_{-1}^{2}8x\,dx+\int_{2}^{3}8x\,dx$　（13）$\int_{1}^{3}x^2\,dx+\int_{3}^{1}x^2\,dx$　（14）$\int_{-2}^{1}2x\,dx+\int_{1}^{2}2x\,dx$

【４】次の計算をせよ。

（１）$\dfrac{d}{dx}\int_{2}^{x}(t^2-4t+2)dt$　（２）$\dfrac{d}{dx}\int_{-3}^{x}(-3t^2+t-4)dt$

＜今回の課題の解答解説＞

【１】

（１）$\int 3\,dx = \mathbf{3x+C}$

（２）$\int(-6x^2)\,dx = -6\times\frac{1}{3}x^3+C = \mathbf{-2x^3+C}$

（３）$\int(2x+5)\,dx = 2\times\frac{1}{2}x^2+5\times x+C = \mathbf{x^2+5x+C}$

（４）$\int(r^2-4r-3)\,dr = \frac{1}{3}r^3-4\times\frac{1}{2}r^2-3r+C$

$= \mathbf{\frac{1}{3}r^3-2r^2-3r+C}$

（５）$\int x(3x+4)\,dx = \int(3x^2+4x)\,dx$

$= \mathbf{x^3+2x^2+C}$

（６）$\int(x+1)(x-1)\,dx = \int(x^2-1)\,dx$

$= \mathbf{\frac{1}{3}x^3-x+C}$

（７）$\int(x+2)^2\,dx = \int(x^2+4x+4)\,dx$

$= \mathbf{\frac{1}{3}x^3+2x^2+4x+C}$

（８）$\int(4y+1)(3y-2)\,dy$

$= \int(12y^2-5y-2)\,dy$

$= \mathbf{4y^3-\frac{5}{2}y^2-2y+C}$

【２】

（１）$F(x) = \int \mathrm{F}'(x)dx = \int(3x^2-4x+2)\,dx$

$= x^3-2x^2+2x+C$

ここで，$F(1)=5$であるから、$x=1$ を代入すると、

$F(1)=1-2+2+C$

$5=C+1$

よって　$C=4$となるので、$\mathbf{F(x)=x^3-2x^2+2x+4}$

（２）$F(x) = \int F'(x)dx = \int(x^2-2x-3)\,dx$

$= \frac{1}{3}x^3-x^2-3x+C$

ここで、$F(3)=-2$であるから、$x=3$ を代入すると、

$F(3)=\frac{1}{3}\times 3^3-3^2-3\times 3+C$

$-2=9-9-9+\mathrm{C}$

よって　$C=7$となるので、$\boldsymbol{F(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+7}$

【３】

（１）$\int_{-1}^{3}(2x-3x^2)\,dx=[x^2-x^3]_{-1}^{3}$

$=(3^2-3^3)-\{(-1)^2-(-1)^3\}$
$=(9-27)-(1+1)$
$=9-27-1-1=-20$

（２）$\int_{1}^{2}(4x-6x^2)\,dx=[2x^2-2x^3]_{1}^{2}$

$=(2\times 2^2-2\times 2^3)-(2\times 1^2-2\times 1^3)$
$=(8-16)-(2-2)$

$=8-16-2+2=\boldsymbol{-8}$

（３）$\int_{-1}^{1}(2x^2+x)\,dx=\left[\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2\right]_{-1}^{1}$

$=\left(\frac{2}{3}\times 1^3+\frac{1}{2}\times 1^2\right)-\left\{\frac{2}{3}\times(-1)^3+\frac{1}{2}\times(-1)^2\right\}$

$=\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{2}{3}+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\boldsymbol{\frac{4}{3}}$

（４）$\int_{2}^{3}(x-2)(x-3)\,dx$

$=\int_{2}^{3}(x^2-5x+6)\,dx$

$=\left[\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+6x\right]_{2}^{3}$

$=\left(\frac{1}{3}\times 3^3-\frac{5}{2}\times 3^2+6\times 3\right)-\left(\frac{1}{3}\times 2^3-\frac{5}{2}\times 2^2+6\times 2\right)$

$=\left(9-\frac{45}{2}+18\right)-\left(\frac{8}{3}-10+12\right)$

$=9-\frac{45}{2}+18-\frac{8}{3}+10-12$

$=25-\frac{45}{2}-\frac{8}{3}\ =\frac{150}{6}-\frac{135}{6}-\frac{16}{6}\ =\boldsymbol{-\frac{1}{6}}$

（５）$\int_{-1}^{2}(r^2+1)\,dr=\left[\frac{1}{3}r^3+r\right]_{-1}^{2}$

$=\frac{1}{3}\times 2^3+2-\left(\frac{1}{3}\times(-1)^3+(-1)\right)$

$=\left(\frac{8}{3}+2\right)-\left(-\frac{1}{3}-1\right)$

$=\frac{8}{3}+2+\frac{1}{3}+1$

$=\frac{9}{3}+3=3+3=6$

（6） $\int_1^3 (2t^2-5t)\,dt$

$=\left[\frac{2}{3}t^3-\frac{5}{2}t^2\right]_1^3$

$=\left(\frac{2}{3}\times 3^3-\frac{5}{2}\times 3^2\right)-\left(\frac{2}{3}\times 1^3-\frac{5}{2}\times 1^2\right)$

$=\left(18-\frac{45}{2}\right)-\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{2}\right)$

$=18-\frac{45}{2}-\frac{2}{3}+\frac{5}{2}$

$=18-\frac{40}{2}-\frac{2}{3}=18-20-\frac{2}{3}$

$=-2-\frac{2}{3}=-\frac{6}{3}-\frac{2}{3}=\mathbf{-\frac{8}{3}}$

（7） $\int_{-2}^0 (5-3y^2)\,dy$

$=[5y-y^3]^0_{-2}$
$=(5\times 0-0^3)-\{5\times(-2)-(-2)^3\}$
$=(0-0)-(-10+8)=0+10-8=\mathbf{2}$

（8） $\int_0^2 (x^2-4x+3)\,dx$

$=\left[\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x\right]_0^2$

$=\frac{1}{3}\times 2^3-2\times 2^2+3\times 2-\left(\frac{1}{3}\times 0^3-2\times 0^2+3\times 0\right)$

$=\frac{8}{3}-8+6 \quad =\frac{8}{3}-2 \quad =\frac{8}{3}-\frac{6}{3}$

$=\frac{2}{3}$

（9）

$\int_{-1}^2 (6x-x^2)\,dx+\int_{-1}^2 2(x^2-3x)\,dx$

$=\int_{-1}^2 (6x-x^2)\,dx+\int_{-1}^2 (2x^2-6x)\,dx$

$=\int_{-1}^2 \{(6x-x^2)+(2x^2-6x)\}\,dx$

$=\int_{-1}^2 x^2\,dx$

$=\left[\frac{1}{3}x^3\right]_{-1}^2=\frac{8}{3}-\left(-\frac{1}{3}\right) \quad =\frac{8}{3}+\frac{1}{3}=3$

(10) $\int_{-1}^{2}(3x^2+5x-2)\,dx$

$=\left[x^3+\frac{5}{2}x^2-2x\right]_{-1}^{2}$

$=2^3+\frac{5}{2}\times 2^2-2\times 2-\left\{(-1)^3+\frac{5}{2}\times(-1)^2-2\times(-1)\right\}$

$=8+10-4-\left(-1+\frac{5}{2}+2\right)$

$=8+10-4+1-\frac{5}{2}-2$

$=13-\frac{5}{2}\ =\frac{26}{2}-\frac{5}{2}\ =\frac{21}{2}$

(11) $\int_{1}^{3}(2x^2+x+3)\,dx-\int_{1}^{3}(2x^2-x+3)\,dx$

$=\int_{1}^{3}\{(2x^2+x+3)-(2x^2-x+3)\}\,dx$

$=\int_{1}^{3}(2x^2+x+3-2x^2+x-3)dx$

$=\int_{1}^{3}2x\,dx$

$=[x^2]_1^3\ =3^2-1^2\ =9-1=\mathbf{8}$

(12) $\int_{-1}^{2}8x\,dx+\int_{2}^{3}8x\,dx=\int_{-1}^{3}8x\,dx$

$=[4x^2]_{-1}^{3}$

$=4\times 3^2-4\times(-1)^2\ =36-4=32$

(13) $\int_{1}^{3}x^2\,dx+\int_{3}^{1}x^2\,dx=\int_{1}^{1}x^2\,dx=\mathbf{0}$

(14) $\int_{-2}^{1}2x\,dx+\int_{1}^{2}2x\,dx=\int_{-2}^{2}2x\,dx$

$=[x^2]_{-2}^{2}$

$=2^2-(-2)^2\ =4-4\ =\mathbf{0}$

【4】

(1) $\frac{d}{dx}\int_{2}^{x}(t^2-4t+2)dt=x^2-4x+2$

(2) $\frac{d}{dx}\int_{-3}^{x}(-3t^2+t-4)dt=-3x^2+x-4$

＜前回の課題の解答解説＞

1

（1） $\int(-3x)\,dx=-3\times\frac{x^2}{2}+C=\boldsymbol{-\frac{3}{2}x^2+C}$

（2） $\int 6x^2\,dx=6\times\frac{x^3}{3}+C=\boldsymbol{2x^3+C}$

（3） $\int(-8x^2)\,dx=-8\times\frac{1}{3}x^3+C=\boldsymbol{-\frac{8}{3}x^3+C}$

（4） $\int 5\,dx=\boldsymbol{5x+C}$

（5） $\int(8x+5)\,dx=8\times\frac{x^2}{2}+5\times x+C=\boldsymbol{4x^2+5x+C}$

（6） $\int(x^2+6x)\,dx=\frac{1}{3}x^3+6\times\frac{1}{2}x^2+C=\frac{1}{3}x^3+3x^2+C$

（7） $\int(t^2+5t-3)\,dt=\frac{1}{3}t^3+5\times\frac{1}{2}t^2-3\times t+C=\frac{1}{3}t^3+\frac{5}{2}t^2-3t+C$

（8） $\int(-s^2-2s+1)\,ds=-\frac{1}{3}s^3-2\times\frac{1}{2}s^2+s+C=-\frac{1}{3}s^3-s^2+s+C$

（9） $\int x(x+4)\,dx=\int(x^2+4x)\,dx=\frac{1}{3}x^3+2x^2+C$

（10） $\int(x-2)(x-3)\,dx=\int(x^2-5x+6)\,dx=\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+6x+C$

（11） $\int(x+1)^2\,dx=\int(x^2+2x+1)\,dx=\frac{1}{3}x^3+x^2+x+C$

（12） $\int(2y-5)^2\,dy=\int(4y^2-20y+25)\,dy=\boldsymbol{\frac{4}{3}y^3-10y^2+25y+C}$

2

（1） $F(x)=\int F'(x)dx=\int(-4x+3)\,dx=-2x^2+3x+C$

ここで，$F(2)=1$であるから、$x=2$ を代入すると、

$-2\times2^2+3\times2+C=1$

$-8+6+C=1$

$C=1+8-6$

$C=3$

よって，求める関数$F(x)$は$\boldsymbol{F(x)=-2x^2+3x+3}$

（2） $F(x)=\int F'(x)dx=\int(3x^2+6x+2)\,dx=x^3+3x^2+2x+C$

ここで，$F(1)=8$であるから、$x=1$ を代入すると、

$1^3+3\times1^2+2\times1+C=8$

$1+3+2+C=8$

$C=8-1-3-2$

$C=2$

よって，求める関数$F(x)$は$\boldsymbol{F(x)=x^3+3x^2+2x+2}$

3

（1） $\int_1^2 (6x^2-2x)\,dx$

$=[2x^3-x^2]_1^2$

$=2\times2^3-2^2-(2\times1^3-1^2)$

$=16-4-(2-1)$

$=16-4-2+1\ \ =11$

（2） $\int_{-1}^2 (6x^2+4x)\,dx$

$=[2x^3+2x^2]_{-1}^2$

$=2\times2^3+2\times2^2-(2\times(-1)^3+2\times(-1)^2)$

$=16+8-(-2+2)=16+8+2-2=24$

（3） $\int_0^3 (-x^2+6x-4)\,dx$

$=\left[-\frac{1}{3}x^3+3x^2-4x\right]_0^3$

$=-\frac{1}{3}\times3^3+3\times3^2-4\times3-\left(-\frac{1}{3}\times0^3+3\times0^2-4\times0\right)$

$=-9+27-12=6$

（4） $\int_1^2 (x+1)(x-2)\,dx$

$=\int_1^2 (x^2-x-2)\,dx$

$=\left[\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x\right]_1^2$

$=\frac{1}{3}\times2^3-\frac{1}{2}\times2^2-2\times2-\left(\frac{1}{3}\times1^3-\frac{1}{2}\times1^2-2\times1\right)$

$=\frac{8}{3}-2-4-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}-2\right)$

$=\frac{8}{3}-2-4-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+2=\frac{7}{3}+\frac{1}{2}-4=\frac{14}{6}+\frac{3}{6}-\frac{24}{6}=-\frac{7}{6}$

（5） $\int_1^3 (x-1)(x-3)\,dx$

$=\int_1^3 (x^2-4x+3)\,dx$

$=\left[\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x\right]_1^3$

$=\frac{1}{3}\times3^3-2\times3^2+3\times3-\left(\frac{1}{3}\times1^3-2\times1^2+3\times1\right)$

$=9-18+9-\left(\frac{1}{3}-2+3\right)$

$=9-18+9-\frac{1}{3}+2-3=-\frac{1}{3}-1=-\frac{4}{3}$

（6） $\int_{-1}^{2}(x+1)^2\,dx$

$=\int_{-1}^{2}(x^2+2x+1)\,dx$

$=\left[\frac{1}{3}x^3+x^2+3x\right]_{-1}^{2}$

$=\frac{1}{3}\times 2^3+2^2+2-\left(\frac{1}{3}\times(-1)^3+(-1)^2+(-1)\right)$

$=\frac{8}{3}+4+2-\left(-\frac{1}{3}+1-1\right)$

$=\frac{8}{3}+4+2+\frac{1}{3}-1+1\ =3+6\ =9$

（7） $\int_{-2}^{2}(3x+5)(x-1)\,dx=\int_{-2}^{2}(3x^2+2x-5)\,dx$

$=[x^3+x^2-5x]_{-2}^{2}$

$=2^3+2^2-5\times 2-((-2)^3+(-2)^2-5\times(-2))$

$=8+4-10-(-8+4+10)$

$=8+4-10+8-4-10\ =-4$

（8） $\int_{-1}^{3}(3r^2-r)\,dr$

$=\left[r^3-\frac{1}{2}r^2\right]_{-1}^{3}$

$=\left(3^3-\frac{1}{2}\times 3^2\right)-\left\{(-1)^3-\frac{1}{2}\times(-1)^2\right\}$

$=\left(27-\frac{9}{2}\right)-\left(-1-\frac{1}{2}\right)$

$=27-\frac{9}{2}+1+\frac{1}{2}\ =28-\frac{8}{2}\ =28-4=24$

（9） $\int_{-2}^{0}(7-2y^2)\,dy$

$=\left[7y-\frac{2}{3}y^3\right]_{-2}^{0}$

$=\left(7\times 0-\frac{2}{3}\times 0^3\right)-\left\{7\times(-2)-\frac{2}{3}\times(-2)^3\right\}$

$=0-\left(-14+\frac{16}{3}\right)$

$=14-\frac{16}{3}\ =\frac{42}{3}-\frac{16}{3}\ =\frac{26}{3}$

（10） $\int_{-3}^{1}(3x^2+2x+5)\,dx$

$=[x^3+x^2+5x]_{-3}^{1}$

$=1^3+1^2+5\times 1-\{(-3)^3+(-3)^2+5\times(-3)\}$

$=1+1+5-(-27+9-15)$

$=1+1+5+27-9+15\ =40$

(11) $\int_{-2}^{1}(x^2-3x+2)\,dx+\int_{-2}^{1}(-2x^2+3x-1)\,dx$

$=\int_{-2}^{1}\{(x^2-3x+2)+(-2x^2+3x-1)\}\,dx$

$=\int_{-2}^{1}(-x^2+1)\,dx$

$=\left[-\frac{1}{3}x^3+x\right]_{-2}^{1}$

$=-\frac{1}{3}\times1^3+1-\left(-\frac{1}{3}\times(-2)^3+(-2)\right)$

$=-\frac{1}{3}+1-\left(\frac{8}{3}-2\right)$

$=-\frac{1}{3}+1-\frac{8}{3}+2\ =-3+3\ =0$

(12) $\int_{-2}^{3}(2x^2+5x-6)\,dx-2\int_{-2}^{3}(x^2+2x-3)\,dx$

$=\int_{-2}^{3}\{(2x^2+5x-6)-2(x^2+2x-3)\}\,dx$

$=\int_{-2}^{3}x\,dx$

$=\left[\frac{1}{2}x^2\right]_{-2}^{3}\ =\frac{9}{2}-2=\boldsymbol{\frac{5}{2}}$

(13) $\int_{1}^{3}(x^2+5)\,dx+\int_{3}^{1}(x^2+5)\,dx=\int_{1}^{1}(x^2+5)\,dx=\boldsymbol{0}$

(14) $\int_{0}^{1}(-x+1)\,dx+\int_{1}^{5}(-x+1)\,dx$

$=\int_{0}^{5}(-x+1)\,dx$

$=\left[-\frac{1}{2}x^2+x\right]_{0}^{5}$

$=-\frac{1}{2}\times5^2+5-\left(-\frac{1}{2}\times0^2+0\right)$

$=-\frac{25}{2}+5$

$=\boldsymbol{-\frac{15}{2}}$

(15) $\int_{-3}^{2}(7x+1)\,dx+\int_{2}^{3}(7x+1)\,dx$

$=\int_{-3}^{3}(7x+1)\,dx$

$=\left[\frac{7}{2}x^2+x\right]_{-3}^{3}$

$=\left(\frac{7}{2}\times3^2+3\right)-\left\{\frac{7}{2}\times(-3)^2+(-3)\right\}$

$=\left(\frac{63}{2}+3\right)-\left\{\frac{63}{2}+(-3)\right\}$

$=\frac{63}{2}+3-\frac{63}{2}+3\ \ =6$

（16） $\int_{1}^{2}(3x^2+6x+1)\,dx-\int_{3}^{2}(3x^2+6x+1)\,dx$

$=\int_{1}^{2}(3x^2+6x+1)\,dx+\int_{2}^{3}(3x^2+6x+1)\,dx$

$=\int_{1}^{3}(3x^2+6x+1)\,dx$

$=\left[x^3+3x^2+x\right]_1^3$

$=3^3+3\times3^2+3-(1^3+3\times1^2+1)$

$=(27+27+3)-(1+3+1)$

$=27+27+3-1-3-1=52$

4 （１） $\frac{d}{dx}\int_{4}^{x}(t+2)(t-3)dt=(x+2)(x-3)$

（２） $\frac{d}{dx}\int_{1}^{x}(t-3)^2dt=(x-3)^2$