$\boxed{1}$　二項定理を用いて、次の式を展開せよ。

（１）$(a+b)^5$

（２）$(2x+3)^4$

（３） $(2x-1)^5$

$\boxed{2}$　次の式を展開したとき，それぞれ指定された項の係数を求めよ。

（１）$(a+2b)^5$におけるa^3b^2

（２）$(2x-3y)^6$におけるx^2y^4

（３）$(2x+y)^7$におけるx^4y^3

$\boxed{3}$　次の等式がxについての恒等式となるように，定数a, b, cの値を定めよ。

（１）$x^2-3=a(x-1)(x+1)+b(x-1)+c$

（２）$2x^2-3=ax^2+bx+c$

（３）$(a+4)x^2+(2b-1)x-3c=0$

$\boxed{4}$　次の等式がxについての恒等式となるように，定数a，b，cの値を定めよ。

（１）$x^2+x+1=a(x-1)^2+b(x+2)+c$

（２）$(x+1)(x^2+ax+b)=x^3+cx+2$

$\boxed{1}$

（１）$(a+b)^5$

$={}_5C_0\times a^5+{}_5C_1\times a^4\times b+{}_5C_2\times a^3\times b^2+{}_5C_3\times a^2\times b^3+{}_5C_4\times a\times b^4+{}_5C_5\times b^5$

$=1\times a^5+5\times a^4\times b+10\times a^3\times b^2+10\times a^2\times b^3+5\times a\times b^4+1\times b^5$

$=a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$

（２）$(2x+3)^4$

$={}_4C_0\times(2x)^4+{}_4C_1\times(2x)^3\times 3^1+{}_4C_2\times(2x)^2\times 3^2+{}_4C_3\times(2x)^1\times 3^3+{}_4C_4\times 3^4$

$=1\times 16x^4+4\times 8x^3\times 3+6\times 4x^2\times 9+4\times 2x\times 27+1\times 81$

$=\mathbf{16x^4+96x^3+216x^2+216x+81}$

（３）$(2x-1)^5$

$={}_5C_0\times(2x)^5+{}_5C_1\times(2x)^4\times(-1)^1+{}_5C_2\times(2x)^3\times(-1)^2$

$+{}_5C_3\times(2x)^2\times(-1)^3+{}_5C_4\times(2x)^1\times(-1)^4+{}_5C_5\times(-1)^5$

$=1\times 32x^5+5\times 16x^4\times(-1)+10\times 8x^3\times 1+10\times 4x^2\times(-1)+5\times 2x\times 1+1\times(-1)$

$=\mathbf{32x^5-80x^4+80x^3-40x^2+10x-1}$

$\boxed{2}$

（１）$(a+2b)^5$の展開式の一般項は

${}_5C_r\times a^{5-r}\times(2b)^r={}_5C_r\times a^{5-r}\times 2^r\times b^r={}_5C_r\times 2^r\times a^{5-r}b^r$

と表される。

ここで、a^3b^2となるのは，$r=2$の場合であるから

求める係数は、

${}_5C_2\times 2^2=10\times 4=40$

（２）$(2x-3y)^6$の展開式の一般項は

${}_6C_r\times(2x)^{6-r}\times(-3y)^r={}_6C_r\times 2^{6-r}\times x^{6-r}\times(-3)^r\times y^r$

$={}_6C_r\times 2^{6-r}\times(-3)^r\times x^{6-r}y^r$

と表される。

ここで、x^2y^4となるのは，$r=4$の場合であるから

求める係数は

${}_6C_4\times 2^2\times(-3)^4=15\times 4\times 81=4860$

（３）$(2x+y)^7$の展開式における一般項は

${}_7C_r\times(2x)^{7-r}\times y^r={}_7C_r\times 2^{7-r}\times x^{7-r}y^r$

と表される。

ここで，x^4y^3 となるのは，$r=3$の場合であるから、

求める係数は

${}_7C_3\times 2^{7-3}=35\times 2^4=35\times 16=\mathbf{560}$

$\boxed{3}$ (1) 左辺$=x^2-3$

右辺$=a(x^2-1)+b(x-1)+c=ax^2+bx+(-a-b+c)$

であるから，同じ次数の項の係数を比較して

$a=1,\ b=0,\ -a-b+c=-3$

これを解いて　$\boldsymbol{a=1,\ b=0,\ c=-2}$

(2) 等式が恒等式となるためには

$\boldsymbol{a=2,\ b=0,\ c=-3}$

(3) 等式が恒等式となるためには

$a+4=0,\ 2b-1=0,\ -3c=0$

よって

$\boldsymbol{a=-4,\ b=\frac{1}{2},\ c=0}$

$\boxed{4}$

(1) $x^2+x+1=a(x-1)^2+b(x+2)+c$

右辺を展開して整理すると，この等式は

$x^2+x+1=ax^2+(-2a+b)x+a+2b+c$

となるから，両辺の同じ次数の項の係数を比較すると

$a=1$　…①

$-2a+b=1$　…②

$a+2b+c=1$　…③

①，②，③を順番に解いてa，b，cを求めると

$\boldsymbol{a=1,\ b=3,\ c=-6}$

(2) $(x+1)(x^2+ax+b)=x^3+cx+2$

左辺を展開して整理すると，この等式は

$x^3+(a+1)x^2+(a+b)x+b=x^3+cx+2$

となるから，両辺の同じ次数の項の係数を比較すると

$a+1=0$　…①

$a+b=c$　…②

$b=2$　…③

①，③を②に代入してa，b，cを求めると

$\boldsymbol{a=-1,\ b=2,\ c=1}$